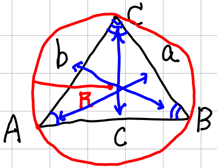
三角比（三角形への応用）

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

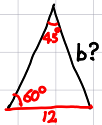
正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

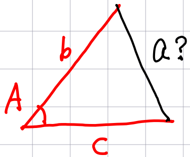


R：外接円の半径

問 b, R（外接円の半径）

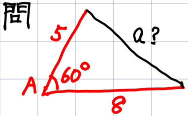


余弦定理（I）

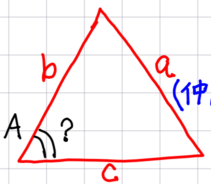


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

問



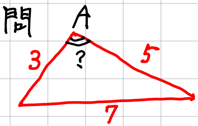
余弦定理（II）



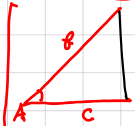
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

（仲間はずれ）

問

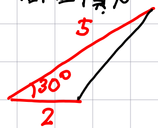


面積（I）

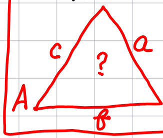


$$S = \frac{1}{2}bc\sin A$$

問 面積 S

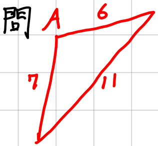


面積（II）

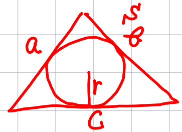


1. $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
2. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ から $\sin A$ を求める。
3. $S = \frac{1}{2}bc\sin A$

問 面積を求めよ。



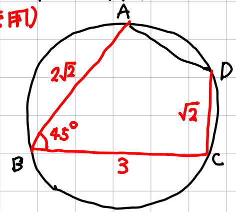
内接円の半径 r



$$S = \frac{1}{2}r(a + b + c)$$

問．上の問の三角形の内接円の半径 r を求めよ。

問 円に内接する四角形（応用）



(1) AC

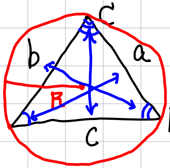
(2) AD

三角比(三角形への応用)

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

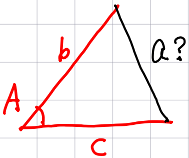
正弦定理

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$



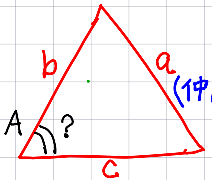
R：外接円の半径

余弦定理(I)



$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

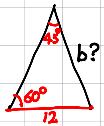
余弦定理(II)



$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

(仲間はずれ)

問 b, R(外接円の半径)



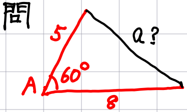
$$\frac{b}{\sin 60^\circ}=\frac{12}{\sin 45^\circ}$$

$$b=\sin 60^\circ\times\frac{12}{\sin 45^\circ}$$

・$b=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{12}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12\sqrt{2}=\underline{6\sqrt{6}}$

・$2R=\frac{12}{\sin 45^\circ}=\frac{12}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=12\sqrt{2}$, $\underline{R=6\sqrt{2}}$

問



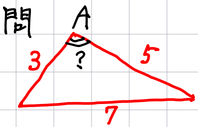
$a^2=5^2+8^2-2\times5\times8\cos60^\circ$

$=25+64-2\times5\times8\times\frac{1}{2}$

$=25+64-40=49$

$a>0$ より、$\underline{a=7}$

問

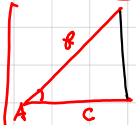


$$\cos A=\frac{3^2+5^2-7^2}{2\cdot3\cdot5}$$

$$=\frac{9+25-49}{2\cdot3\cdot5}=\frac{-15}{30}$$

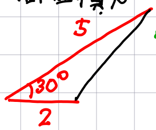
$=-\frac{1}{2}$ よって、$\underline{A=120^\circ}$

面積(I)



$$S=\frac{1}{2}bc\sin A$$

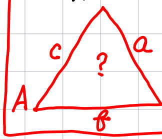
問 面積S



$S=\frac{1}{2}\times5\times2\times\sin30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times5\times2\times\frac{1}{2}=\underline{\frac{5}{2}}$

面積(II)

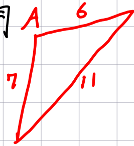


1 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

2. $\sin^2A+\cos^2A=1$ から $\sin A$ を求める。

3 $S=\frac{1}{2}bc\sin A$

問



面積を求めよ。

1. $\cos A=\frac{7^2+6^2-11^2}{2\cdot7\cdot6}$

$=\frac{49+36-121}{2\cdot7\cdot6}=\frac{36}{2\cdot7\cdot6}$

$=\underline{\frac{3}{7}}$

2 $\sin^2A+\cos^2A=1$ より

$\sin^2A=1-\cos^2A$

$=1-\left(\frac{3}{7}\right)^2=1-\frac{9}{49}$

$=\frac{40}{49}$

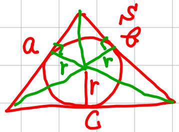
$\sin A>0$ より $\sin A=\underline{\frac{2\sqrt{10}}{7}}$

3. $S=\frac{1}{2}\cdot7\cdot6\cdot\sin A$

$=\frac{1}{2}\cdot7\cdot6\cdot\frac{2\sqrt{10}}{7}$

$=\underline{6\sqrt{10}}$

内接円の半径r



$$S=\frac{1}{2}r(a+b+c)$$

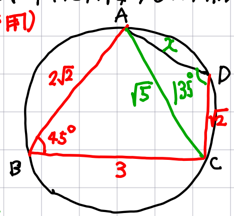
問．上の問の三角形の内接円の半径 r を求めよ。

$6\sqrt{10}=\frac{1}{2}r(7+6+11)$

$=\frac{1}{2}r\times24$ より、$\underline{r=\frac{\sqrt{10}}{2}}$

問 円に内接する四角形

(応用)



(1) AC

$AC^2=(2\sqrt{2})^2+3^2-2\cdot2\sqrt{2}\cdot3\cos45^\circ$

$=8+9-2\cdot2\sqrt{2}\cdot3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=17-12=5$

$AC>0$ より、$AC=\sqrt{5}$

(2) AD　$AD=x$ とおく。$\underline{\angle D=135^\circ}$ ポイント1

$\triangle ADC$ に余弦定理を用いる。← ポイント2

$\sqrt{5}^2=x^2+\sqrt{2}^2-2\cdot x\sqrt{2}\cos135^\circ=x^2+2-2x\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$5=x^2+2+2x$ より、$x^2+2x-3=(x+3)(x-1)=0$

$x>0$ より、$x=1$、よって $\underline{AD=1}$